Devoir d'Informatique Théorique n^{o}2

À rendre pour le 9 mai, n jours de retard valant 2^{n-1} points en moins.

1 Algébriques

Donner une grammaire ou un automate pour les langages suivants :

- $\{a^n b^m | n \neq m\}$ sur le vocabulaire $V = \{a, b\}$;
- les mots contenant autant de fois le facteur 01 et le facteur 10 sur le vocabulaire $V = \{0, 1\}$.

2 Automate → grammaire

Soit $A = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{Z, X\}, \delta, q_0, Z)$ avec δ :

$\delta(q_0, 1, Z) = \{(q_0, XZ)\}$
$\delta(q_0, 1, X) = \{(q_0, XX)\}$
$\delta(q_0, 0, X) = \{(q_1, X)\}$
$\delta(q_0, \epsilon, Z) = \{(q_0, \epsilon)\}$
$\delta(q_1, 1, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$
$\delta(q_1, 0, Z) = \{(q_0, Z)\}$

Décrire le langage reconnu par cet automate à pile et donner une grammaire qui engendre ce langage.

3 Grammaire → automate

On considère la grammaire suivante :

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & a \mid bUb \\
T & \rightarrow & b \mid cSc \\
U & \rightarrow & c \mid aTa
\end{array}
$$

Cette grammaire est-elle ambiguë ? Décrire le langage engendré et donner un automate à pile le reconnaissant.

4 Qui est algébrique ?

Sur le vocabulaire $\{(,), a, b\}$ on définit les langages suivants :

- L_1 : les mots bien parenthésés qui contiennent autant de a que de b
  exemple : $((aab)bba)$, $(aa)bb(bb)aa$
- L_2 : les mots bien parenthésés qui contiennent autant de a que de b et tels que chaque facteur entre deux parenthèses associées ont autant de a que de b
  exemple : $(a(ab)b)(ba)$, $((a(ba)b)ba)$

Sont-ils algébriques ? Si oui, donnez un automate ou une grammaire, si non, prouvez le en utilisant le lemme de pompage.