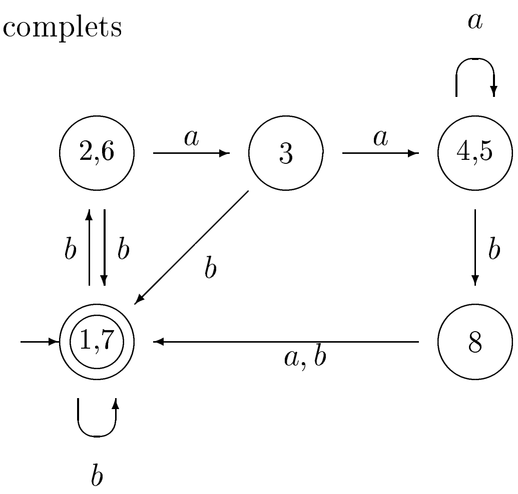
Correction du partiel

1

Les automates déterministes et complets

2



3

De (3), la flèche b va en (1,3)
De (1,3), la flèche b va en (1,2,3) qu'il faut créer
De (1,2,3), la flèche a va en (2,3)
De (1,2,3), la flèche b reste en (1,2,3)
L'état 3 n'est pas final
L'état 2 est final
Le nouvel état (1,2,3) est final

4

On a oublié des mots dans $h^{-1}(M)$. En fait, $h^{-1}(M) = \cup_{n\geq 1}\{a^n b^n (c+ab)^n\}$.

On peut corriger de la façon suivante:

[...] alors $h^{-1}(M)$, c'est à dire $M''' = \cup_{n\geq 1}\{a^n b^n (c+ab)^n\}$ le serait aussi, et si M''' était reconnaissable, alors $M' = M''' \cap a^*b^*c^* = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$ le serait aussi, et si [...]

5

Pompable, c'est $\exists N, \forall u, schtroumpf$. Ici, on trouve un N, à savoir 73, puis on prend un u particulier, i.e. que l'on fait comme si c'était $\exists u$. En fait, il aurait fallu le montrer pour tous les u et pas seulement pour un particulier.

En fait, on y arrivera pas pour tous les u car L n'est pas pombable. A la place de $a^N b^N b^{2N}$, on va considérer $b^N a^N b^{2N}$

L est non pompable (i.e. $\forall N, \exists u, \neg schtroumpf$), en effet :

Soit N un entier quelconque.

Soit $u = a^N b^{2N} a^N$

u est bien dans L et $|u| \geq N$.

Soit xyz une décomposition de u avec $|xy| \leq N$ et $y \neq \epsilon$.

On a forcément $x = a^\alpha$, $y = a^\beta$ et $z = a^{N-\alpha-\beta} b^{2N} a^N$ avec $\beta \neq 0$.

On a alors $xy^0z = xz = a^{N-\beta} b^{2N} a^N$.

Si β est impair, alors ce mot n'est pas dans le langage car il est de longueur impaire.

Si β est pair, $\beta = 2\delta$, le mot est de longeur $2(2N-\delta)$ et se decoupe en deux moitie de longueur egale qui sont $a^{N-2\delta} b^{N+\delta}$ et $b^{N-\delta} a^N$. Il y a donc plus de a dans la deuxieme moitie et le mot n'est pas non plus dans le langage.

Donc $xy^*z \not\subset L$, et donc le langage n'est pas pompable (et donc il n'est pas reconnaissable)

Autre possibilite :

Soit $u = b^N a^N b^{2N}$

u est bien dans L et $|u| \geq N$.

Soit xyz une décomposition de u avec $|xy| \leq N$ et $y \neq \epsilon$.

On a forcément $x = b^\alpha$, $y = b^\beta$ et $z = b^{N-\alpha-\beta} a^N b^{2N}$ avec $\beta \neq 0$.

Si on prend un p très grand, dans xy^pz, on a ajouté tellement de b au début du mot que tous les a sont passés dans la deuxième moitié, il y a alors 0 a dans la première moitié et N dans la deuxième (ou bien le mot est de longueur impaire), et donc on sort du langage.

Donc $xy^*z \not\subset L$, et donc le langage n'est pas pompable (et donc il n'est pas reconnaissable)